

Υπολογιστική Νοημοσύνη: Επίλυση & Εξαγωγή Συμπερασμάτων

Ανδρέας Παπαζώης

Τμ. Διοίκησης Επιχειρήσεων





Περιεχόμενα Εργ. Μαθήματος

- Ενοποίηση όρων μίας πρότασης μέσω αντικατάστασης
- Η έννοια της επιλύουσας προτάσεων
- Διαδικασία απόδειξης και εξαγωγής συμπερασμάτων
- Παραδείγματα αποδείξεων



Αντικατάσταση

- Πολλές φορές για τη διαδικασία των αποδείξεων χρειάζεται να αντικατασταθούν:
 - μεταβλητές από σταθερές
 - μεταβλητές από συναρτήσεις (αρκεί να μη χρησιμοποιούν την ίδια μεταβλητή που αντικαθιστούν)
- Παράδειγμα:
 - Μία πρόταση που προκύπτει από την «Όλα τα ζώα είναι θνητά»
 $\{\neg \text{animal}(x), \text{mortal}(x)\}$
 - Μπορεί η μεταβλητή x αντικατασταθεί από το Pluto.
 - Η μεταβλητή x δεν μπορεί να αντικατασταθεί από το mortal(x) γιατί η συνάρτηση mortal(x) χρησιμοποιεί την ίδια μεταβλητή που αντικαθιστά



Ενοποίηση Όρων Πρότασης

- Μέσω της αντικατάστασης μπορεί να απλοποιηθεί μία πρόταση
- Κάποιοι όροι μπορεί να γίνουν ταυτόσημοι και να απαλειφθούν
- Παραδείγματα:
 - Οι όροι $\{f(a, y, z), f(x, b, z)\}$ ενοποιούνται μέσω της αντικατάστασης $\{a/x, b/y\}$
 - Οι όροι $\{f(a, y, z), g(x, b, z)\}$ δεν ενοποιούνται αφού σχετίζονται με διαφορετικές συναρτήσεις $f \neq g$
 - Οι όροι $\{f(a, y, z), \neg f(x, b, z)\}$ δεν ενοποιούνται αφού αναφέρονται στην ίδια συνάρτηση αλλά με διαφορετική πολικότητα
 - Οι όροι $\{f(a, y, z), f(x, p(a), z)\}$ ενοποιούνται μέσω της αντικατάστασης $\{a/x, p(a)/y\}$
- Μετά την αντικατάσταση η πρόταση απλοποιείται αφού απομένει μόνο ο ένας από τους όρους που ενοποιούνται



Αρχή της Επίλυσης

- Αν L_1, L_2 είναι όροι των προτάσεων C_1, C_2 αντίστοιχα και οι $L_1, \neg L_2$ ενοποιούνται μέσω της αντικατάστασης σ , τότε η νέα πρόταση:
 $C_{12} = (C_1\sigma - L_1\sigma) \cup (C_2\sigma - L_2\sigma)$, επιλύει τις C_1, C_2
- Η C_{12} προκύπτει από:
 - την εφαρμογή της αντικατάστασης
 - την απαλοιφή των «αντίθετων» όρων ($L_1\sigma$ και $L_2\sigma$)
- Πριν εφαρμόσουμε την αρχή της επίλυσης θα πρέπει να έχουμε απλοποιήσει τις εμπλεκόμενες προτάσεις C_1 και C_2



Αρχή της Επίλυσης: Παράδειγμα

- Δίνονται οι προτάσεις: $C_1 = \{p(x), p(f(y)), r(g(y))\}$,
 $C_2 = \{\neg p(f(g(a))), q(b)\}$
 - Η C_1 μπορεί να απλοποιηθεί μέσω της αντικατάστασης $\{f(y)/x\}$
 - Μέσω της παραπάνω αντικατάστασης οι 2 πρώτοι όροι ενοποιούνται και προκύπτει: $\{p(f(y)), r(g(y))\}$,
 - Η C_2 δεν μπορεί να απλοποιηθεί με κάποιο τρόπο
 - Για την αρχή της επίλυσης θα χρησιμοποιηθούν οι όροι $p(f(y))$ και $\neg p(f(g(a)))$
 - Ο ένας όρος ενοποιείται με τον αντίθετο του άλλου για την αντικατάσταση $\{g(a)/y\}$ και απαλείφονται
 - Η νέα πρόταση που προκύπτει είναι η:
 $C_{12} = \{r(g(g(a))), q(b)\}$



Απόδειξη μίας Πρότασης

- Για την απόδειξη ενός θεωρήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί η Αρχή της Επίλυσης
- Αν θέλουμε να αποδείξουμε μία πρόταση ϕ ισχυριζόμαστε ότι ισχύει το $\neg\phi$ και προσθέτουμε την πρόταση αυτή στο σύνολο των προτάσεων
- Στη συνέχεια μέσω της Αρχής της Επίλυσης προσπαθούμε να καταλήξουμε στην κενή πρόταση:
 $C_{12} = \{ \}$
- Όταν καταλήξουμε στην κενή πρόταση το θεώρημα έχει αποδειχθεί
- Όσο δεν καταλήγει σε κενή πρόταση προσθέτουμε την C_{12} στο σύνολο των προτάσεων και συνεχίζουμε να προσπαθούμε να παράξουμε την κενή πρόταση μέσω της Αρχής της Επίλυσης



Απλό Παράδειγμα Απόδειξης

- Δεδομένης της πρότασης: $C_1 = \{p(x), p(y)\}$ θέλω να αποδείξω ότι ισχύει το $p(a)$
 - Αρχικά θα ισχυριστούμε το αντίθετο $\neg p(a)$, οπότε προκύπτει η νέα πρόταση $C_2 = \{\neg p(a)\}$
 - Στη συνέχεια θα απλοποιήσω την πρόταση C_1 μέσω της ενοποίησης όρων της
 - Η αντικατάσταση που προκύπτει είναι $\{x/y\}$ και επομένως $C_1 = \{p(x)\}$
 - Στη συνέχεια θα εφαρμόσω την αρχή της επίλυσης: παρατηρώ ότι μπορεί να εφαρμοστεί για την αντικατάσταση $\{a/x\}$
 - Μέσω της απαλοιφής των αντίθετων όρων $p(a)$ και $\neg p(a)$ τελικά παράγεται η κενή πρόταση $C_{12} = \{ \}$



Παρ. Εξαγωγής Συμπερασμάτων

- Δεδομένων των:
 - «Σε όλους τους σκύλους αρέσουν τα κόκκαλα»
 - «Ο Πλούτο είναι σκύλος»
- Να αποδειχθεί ότι: «Στον Πλούτο αρέσουν τα κόκκαλα»
- Αρχική αναπαράσταση των προτάσεων φυσικής γλώσσας:
 - $(\forall x)(\text{dog}(x) \Rightarrow \text{likes}(x, \text{bones}))$
 - $\text{dog}(\text{Pluto})$
 - $\text{likes}(\text{Pluto}, \text{bones})$
- Μετατροπή των παραπάνω σε Προτασιακή μορφή:
 - $C_1 = \{\neg \text{dog}(x), \text{likes}(x, \text{bones})\}$
 - $C_2 = \{\text{dog}(\text{Pluto})\}$
 - $\Phi = \{\text{likes}(\text{Pluto}, \text{bones})\}$



Παρ. Εξαγωγής Συμπερασμάτων (συν.)

- Ισχυρίζομαι ότι $\neg\phi$, δηλαδή $C_3 = \{\neg\text{likes}(\text{Pluto}, \text{bones})\}$, και εφαρμόζω Αρχή της Επίλυσης με στόχο να καταλήξω σε κενή πρόταση
- Η C_1 και C_3 έχουν όρους που ενοποιούνται:
 - Η αντικατάσταση είναι $\{\text{Pluto}/x\}$
 - Η απαλοιφή των αντίθετων όρων δίνει $C_{13} = \{\neg\text{dog}(\text{Pluto})\}$
- Η πρόταση που προέκυψε προστίθεται στις υπάρχουσες και θα χρησιμοποιηθεί σε 2^η εφαρμογή της Αρχής της Επίλυσης:
 - Η νέα πρόταση C_{13} και η C_2 έχουν όρους που ενοποιούνται απευθείας (χωρίς να χρειάζεται αντικατάσταση)
 - Η απαλοιφή των αντίθετων όρων δίνει $C_{123} = \{\}$
- Η απόδειξη ήταν επιτυχής!

20/12/13

Υπολογιστική Νοημοσύνη: Επίλυση & Εξαγωγή Συμπερασμάτων

10/11



Ευχαριστώ!

Επικοινωνία: parazois@ceid.upatras.gr

Τμ. Διοίκησης Επιχειρήσεων
ΤΕΙ Δυτικής Ελλάδας